

Ж-509
2013: 6



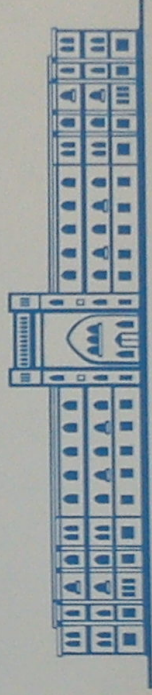
O'zbekiston
Fanlar akademiyasi

ISSN 2811537-2

**O'zbekiston Respublikasi
Fanlar akademiyasining
MA'RUZALARI**

**ДОКЛАДЫ
Академии наук
Республики Узбекистан**

6-2013



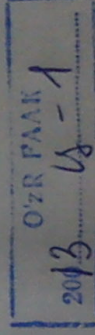
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
FANLAR AKADEMIYASINING
MA'RUZALARI

6

2013

ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МАТЕМАТИКА
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
«FAN» NASHRIYOTI, TOSHKENT, 2013

А.Х.Худойбердиев

ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ФИЛИФОРМНЫХ АЛГЕБР
ЛЕЙБНИЦА F_n^1

(Представлено акад. АН РУз Ш.Аюповым)

Одним из важных методов исследований многообразий алгебр являются деформации. Деформации возникли из задачи классификации всевозможных попарно неизоморфных комплексных структур на дифференцируемом многообразии. Основная идея при рассмотрении деформаций, восходящая к Б. Риману, состояла в том, чтобы ввести аналитическую структуру на множестве всех таких структур.

Понятие алгебр Лейбница и её групп когомологий было введено в работе Ж.Л.Леде [1,2]. Напомним, что первая группа когомологий – это фактор-пространство всех дифференцированных по внутренним дифференцированиям. Вторая группа когомологий может быть интерпретирована как центральные расширения алгебр Лейбница, а также как инфинитезимальные деформации.

Статья посвящена описанию инфинитезимальных деформаций филиформной алгебры Лейбница и некоторым ее линейным продолжаемым деформациям.

Определение 1. Алгебра L над полем F называется алгеброй Лейбница, если для любых элементов $x, y, z \in L$ выполняется тождество Лейбница:

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y].$$

Приведем определение групп когомологий для алгебр Лейбница. Для алгебры Лейбница L и ее представления M введем обозначения: $C^n(L, M) = \text{Hom}(L^{\otimes n}, M)$, при $n < 0$, $C^n(L, M)$ положим равным нулю). $C^*(L, M) := \bigoplus_{n \in \mathbb{Z}} C^n(L, M)$. Элементы множества $C^*(L, M)$ будем называть коцепями L со значением в M , а элементы $C^n(L, M)$ – коцепями степени n .

Пусть $d^n : C^n(L, M) \rightarrow C^{n+1}(L, M)$ – гомоморфизм, определенный следующим образом:

$$(d^n f)(x_1, \dots, x_{n+1}) := [x_1, f(x_2, \dots, x_{n+1})] + \sum_{i=2}^{n+1} (-1)^i [f(x_1, \dots, \hat{x}_i, \dots, x_{n+1}), x_i] + \\ + \sum_{1 \leq i < j \leq n+1} (-1)^{i+j} (f(x_1, \dots, x_{i-1}, [x_i, x_j], x_{i+1}, \dots, \hat{x}_i, \dots, x_{n+1})),$$

где $f \in C^n(L, M)$, $x_i \in L$ и символ $\hat{x}$ означает отсутствие элемента x .

Элементы ядра d^n (обозначим через $\text{Ker} d^n = ZL^n(L, M)$) назовём n -коциклами, а элементы образа d^{n+1} (соответственно, обозначим через $\text{Im} d^{n+1} = BL^n(L, M)$) – n -кограницами. Очевидно, что $BL^n(L, M) \subseteq ZL^n(L, M)$. Фактор-пространство $HL^n(L, M) = ZL^n(L, M)/BL^n(L, M)$ назовём пространством когомологий алгебры L степени n со значениями в M .

Деформацией алгебры Лейбница L называется однопараметрическое семейство L_t алгебр Лейбница, заданное посредством бесконечного ряда

$$\mu_t = \mu_0 + t\varphi_1 + t^2\varphi_2 + \dots,$$

где φ_i являются L -значными 2-коциклами.

Напомним, что элементы множества $ZL^2(L, L)$ называются инфинитезимальными деформациями алгебры Лейбница L . Инфинитезимальную деформацию $\varphi \in ZL^2(L, L)$ будем называть *линейно продолжаемой*, если выполняется условие

$$\varphi(x, \varphi(y, z)) - \varphi(\varphi(x, y), z) + \varphi(\varphi(x, z), y) = 0. \quad (1)$$

Для произвольной алгебры Лейбница L определим последовательность:

$$L^k = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L^1], \quad k \geq 1.$$

Определение 2. Алгебра Лейбница L называется филиформной, если $\dim L^i = n-i$, $2 \leq i \leq n$.

Напомним, что в каждой размерности с точностью до изоморфизма существуют три естественных образом градуированных филиформных алгебр Лейбница, причем одна из них не разложима и не Лиcвая. Обозначим данную алгебру через F_n^1 . Напомним, что в алгебре F_n^1 существует базис $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ такой, что умножение в этом базисе имеет вид [3]

$$F_n^1: [x_i, x_j] = e_{i+j}, \quad 2 \leq i \leq n-1.$$

Определение 3. Дифференцированием D алгебры L называется линейное преобразование, удовлетворяющее условию:

$$D(xy) = D(x)y + xD(y), \quad \forall x, y \in L.$$

В следующем предложении описано пространство дифференцированных филиформных алгебр Лейбница F_n^1 .

Предложение 1 [4]. Всякое дифференцирование алгебры F_n^1 имеет следующий матричный вид:

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_2 & b_3 & \dots & b_n \\ 0 & 0 & a_1 + a_2 & \dots & b_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & b_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (n-3)a_1 + a_2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (n-2)a_1 + a_2 \end{pmatrix}$$

Следствие 1 [2]. $\dim B^2(F_n^1, F_n^1) = n^2 - n - 1$.

Приведем предложение, описывающее инфинитезимальные деформации филоформных алгебр Лейбница F_n^1 .

Предложение 2. Всякая инфинитезимальная деформация филоформной алгебры Лейбница F_n^1 имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \varphi(x_1, x_1) = \sum_{k=2}^n \alpha_{1,k} x_k, & \varphi(x_j, x_1) = \sum_{k=1}^n \alpha_{j,k} x_k, & 2 \leq j \leq n-1, \\ \varphi(x_n, x_1) = \sum_{k=2}^n \alpha_{n,k} x_k, & \varphi(x_1, x_2) = \gamma_1 x_1 + \gamma_n x_n \\ \varphi(x_1, x_2) = ((i-2)\gamma_1 + \beta_2)x_1 + \sum_{k=3}^{n+2-i} \beta_k x_{k+i-2}, & 2 \leq i \leq n, \\ \varphi(x_1, x_2) = -(\alpha_{2,i} + \gamma_1)x_{i+1} & 2 \leq i \leq n-1, \\ \varphi(x_1, x_{j+1}) = -\alpha_{j,i} x_{i+1} & 2 \leq i \leq n-1, 3 \leq j \leq n-1. \end{cases}$$

Из общего вида инфинитезимальных деформаций мы выделим базисные.

Предложение 3. Следующие инфинитезимальные деформации

$$\varphi_{j,i}(2 \leq j \leq n-1): \begin{cases} \varphi_j(x_j, x_1) = x_1, \\ \varphi_j(x_1, x_{j+1}) = -x_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-1, \end{cases}$$

$$\varphi_{j,k}(1 \leq j \leq n, 2 \leq k \leq n): \{\varphi_{j,k}(x_j, x_1) = x_k,$$

$$\psi_j(2 \leq j \leq n): \{\psi_j(x_j, x_2) = x_{j+i-2}, 2 \leq i \leq n-j+2,$$

$$\xi_1: \begin{cases} \xi_1(x_1, x_2) = x_1, \\ \xi_1(x_1, x_2) = (i-2)x_1, & 3 \leq i \leq n, \\ \xi_1(x_1, x_3) = -x_{i+1} & 2 \leq i \leq n-1, \end{cases}$$

$$\xi_2: \{\xi_2(x_1, x_2) = x_n.$$

образуют базис пространства $ZL^2(F_n^1, F_n^1)$.

Выделим также базис пространства $BL^2(F_n^1, F_n^1)$.

Предложение 4. Базис пространства $BL^2(F_n^1, F_n^1)$ состоит из следующих отображений:

$$\eta_{j,k}: \begin{cases} \eta_{1,k-1} = \varphi_{1,k}, & 3 \leq k \leq n, \\ \eta_{2,1} = \psi_3, \\ \eta_{j,k}: \begin{cases} \eta_{j,i} = \varphi_{j-1,i}, & 3 \leq j \leq n, \\ \eta_{j,k} = \varphi_{j-1,k}, & 3 \leq j \leq k \leq n, \\ \eta_{j,k} = \varphi_{j-1,k} - \varphi_{j,k+1} & 3 \leq k < j \leq n. \end{cases} \end{cases}$$

Так как базис пространства $BL^2(F_n^1, F_n^1)$ выражен в терминах базиса $ZL^2(F_n^1, F_n^1)$, то нетрудно выделить базис фактор-пространства $HL^2(F_n^1, F_n^1)$.

Следствие 2. $\dim HL^2(F_n^1, F_n^1) = 2n$ и базисными элементами $HL^2(F_n^1, F_n^1)$ являются $\bar{\psi}_2, \bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \bar{\varphi}_{1,2}, \bar{\varphi}_{n,k}$ $2 \leq k \leq n$ и $\bar{\psi}_j, 4 \leq j \leq n$.

Рассмотрим линейно продолжаемые деформации алгебры F_n^1

$$\mu_t = F_n^1 + t\varphi,$$

где $\varphi = c_1 \xi_1 + c_2 \xi_2 + a_1 \varphi_{1,2} + \sum_{k=2}^n a_k \varphi_{n,k} + b_2 \psi_2 + \sum_{k=4}^n b_k \psi_k$.

В следующей теореме мы выясним, при каких значениях параметров a_j , b_i , c_1 и c_2 алгебра μ_t является алгеброй Лейбница. Кроме того, мы предложим описание таких алгебр.

Теорема. Всякая алгебра Лейбница μ_t изоморфна одной из следующих неизоморфных алгебр:

$$L_1: [x_1, x_2] = \theta x_n, \quad [x_i, x_1] = x_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1,$$

$$[x_j, x_2] = \alpha_4 x_{j+2} + \alpha_5 x_{j+3} + \dots + x_{n+2-j} e_n, \quad 2 \leq j \leq n-2,$$

$$L_2: [x_1, x_1] = a_1 x_2, \quad [x_i, x_1] = x_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1,$$

$$[x_n, x_1] = a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n,$$

$$L_3: [x_1, x_2] = x_1, \quad [x_i, x_1] = x_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1,$$

$$[x_i, x_2] = (i-2)x_i, \quad 3 \leq i \leq n,$$

$$[x_i, x_3] = -x_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1,$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Loday J. - L. Une version non commutative des algèbres de Lie: les algèbres de Leibniz. L'Enseignement Mathématique. 1993. Vol. 39. P. 269–292.
2. Loday J. - L., Pirashvili T. Universal enveloping algebras of Leibniz algebras and (co)homology // Math. Ann. 1993. Vol. 296. P. 139–158.
3. Аюпов Ш. А., Омиров Б. А. О некоторых классах нильпотентных алгебр Лейбница // Сибирский математический журнал. 2001. Т. 42. С. 18–29.
4. Омиров Б. А. О дифференцированиях филиформных алгебр Лейбница // Мат. заметки. 2005. Т. 77. №5. С. 733–742.

А.Х.Худойбердиев

ФИЛИФОРМ ЛЕЙБНИЦ АЛГЕБРАСИ F_n^1 НИНГ ИНФИНИТЕЗИМАЛ ДЕФОРМАЦИЯЛАРИ

Маколада табиий усулда градуирланган Ли бўлмаган филиформ Лейбниц алгебраси F_n^1 нинг барча инфинитезимал деформациялари таснифи олинган ва унинг баъзи чизикли деформациялари ўрганилган.

A.Kh.Khudoyberdiev

INFINITESIMAL DEFORMATIONS OF FILIFORM LEIBNIZ ALGEBRAS F_n^1

In this paper the infinitesimal deformations of naturally graded non Lie filiform Leibniz algebra F_n^1 are described and its some linear integrable deformations are investigated.

Институт математики при
Национальном университете Узбекистана им. Мирзо Улугбека

Дата поступления
04.06.2013

УДК 517.98

З.Т.Тугёнов

ПЕРИОДИЧНОСТЬ p -АДИЧЕСКОЙ МЕРЫ ДИРАКА

(Представлено акад. АН РУз Ш.Аюповым)

Каждое рациональное число $x \neq 0$ может быть представлено в виде $x = p^r \frac{n}{m}$, где $r, n \in \mathbb{Z}$; m – положительное целое число; $(p, n) = 1$, $(p, m) = 1$ и p – фиксированное простое число; p -адическая норма $|x|_p$, определяемая по формуле

МУНДАРИЖА

Mansur Saburov. Noafanom kvadratik bistoxastik operatorlar dinamikasi.....	3
А.Х.Худойбердиев. Филиформ Лейбниц алгебраси F_1 нинг инфинитезимал деформациялари.....	6
З.Т.Тугёнов. p -адик Дирак ўлчовининг даврийлиги.....	8
Ш.Н.Муродов. Икки ўлчовли эволюцион алгебра занжирларининг классификацияси.....	11
Д.Т.Мухамедиева, Н.А.Ниёзматова. Адаптив оптимизация ғояси асосида эволюцион генетик ёндашув тахлили.....	13
Т.Ф.Бекумуратов. Ахборот хавфсизлигининг норавшан-нейронли эксперт тизими: тавсифлар, куриш концепцияси ва масалалари.....	16
И.Б.Сапаев. $p^+ - p$ гетероструктуранинг электрофизик хусусиятлари.....	21
Т.М.Салиев, С.Л.Лутпуллаев, А.Култимуратов, Н.Ш.Саидханов. Кимёвий буғ-газ усули билан олинган $p/Si - p/C_{\text{олмос}}$ гетероструктураларнинг ок нурланиши ва электрофизикавий характеристикалари.....	23
А.А.Джурахалов, В.Г.Степьмах, Н.Ю.Тураев, И.Д.Ядгаров, А.М.Расулов. Аралашмали кам атомли $Ag_2Co_2BA_2S_2H_2$ ($n \geq m$, $n+m \leq 10$, $n=0, 1, 2$) кластерларни компьютерда моделлаштириш.....	26
Қ.Олимов, А.Курбонов, С.Л.Лутпуллаев, А.Қ.Олимов, В.И.Петров, А.О.Юлдашев, Б.С.Йўлдошев. 3.25 А ГэВ/с импульсли ^{16}O ор-тўқнашувларида 7 нуклоли тизимлар ва ядролар ҳосил бўлиши.....	28
К.С.Султанов, С.И.Исмаилова, Ш.Э.Туланов. Пахта ипининг чўзилишида ночизик-эластик деформацияланиш модели параметрлари тахлили.....	30
Р.Х.Мухутдинова. Тўғонларнинг зилзилабардошлик назариясини гидроэластик система сифатида такомиллаштириш.....	33
Р.Г.Махкамов, П.В.Миршин, Д.У.Мадрахимов. Аррали дискларда тишларни очишда ҳосил бўладиган кучнинг тажрибавий тадқиқи.....	36
А.А.Азаматов, Ф.М.Турсунходжаева, Ж.Режепов, Ш.Б.Рахимов. Цитизин ҳосилаларининг алкоголь билан ўткир захарланишга таъсирини ўрганиш.....	39
У.М.Якубов, Т.У.Джуматанова, Г.У.Бердимбетова, Х.М.Шахидиятов. 2-Метил-5н(хлор-,нитро) бензилмилазолларнинг бензонлаш реакцияси йўналишини ўрганиш.....	41
Ш.М.Хакбердиев, С.А.Талипов, А.Б.Ибрагимов, Д.Н.Далимов. Дн-2,5-ксилдингоссиол ацетонли клапратининг тузилиши.....	43
Ф.Б.Солдиқов, М.А.Самадий, Х.Ч.Мирзакулов, Г.Э.Меликулова. $[20.0\% KCl + 80.0\% NaCl] - NH_4HCO_3 - H_2O$ системасида компонентларнинг эрувчанлиги.....	46
И.К.Рахматуллаев, Н.А.Циферова, П.Г.Мерзляк, Б.А.Ташмухамедов, Р.З.Сабиров. Перитонеал макрофаглар плазмалеммасидаги ҳажмга боғлиқ анион канали.....	49
Х.С.Нарбаева. Тузга чидамли ғўза ризобактерияларини $Ca_3(PO_4)_2$ дан P_2O_5 ни парчалашига натрий токсик тузларининг таъсири.....	51
С.И.Закирьяева. Курук ҳолдаги Fosstim-1 бактериял ўғитини яратиш.....	55
А.Е.Бабина. RIZOKOM-1 биопрепаратини шўрланган тупроқларнинг агрокимёвий таркибига ва ғўза маҳсулдорлигига таъсири.....	58
М.Юлдашева, Х.Олимжонова. Шохимардонсой – Марғилонсой дарёсининг куйи окими альгофлораси.....	61
Ф.Д.Акрамова, У.А.Шакарбаев, Д.Т.Исакова, В.И.Голованов, Д.А.Азимов. Сирдарё ва Амударё сув хавзаларида бильгарциеллид церкариозлари (Ўзбекистон бўйича).....	63
Ф.У.Рафиева, Д.К.Эрназарова, С.М.Ризаева, А.А.Абдуллаев. <i>G. Mustelinum</i> Miers Ex Watt. турининг бошқа полиморф ғўза турлари билан ўзаро дурағайланиши ва F_0 авлод дурағай кўсақларида уруғ тугилиши.....	67
А.Г.Шеримбетов, Х.А.Джумабеков. <i>G. hirsutum</i> L. ғўзанинг тизмалари ва F_1, F_2 дурағайларида барг шакли ва ҳосил шохларининг ирсийланиши ва ўзгарувчанлиги.....	70
И.Р.Мавлянов, У.К.Камилова, Ч.А.Абдуллаева, С.М.Мирзаева, И.Т.Аликулов. Сурункали юрак етишмовчилиги билан асоратланган инфарктдан кейинги кардиосклерози бор беморлар тромбозитларида NO-эргик ҳолатини баҳолаш.....	73
Г.Р.Юлдашева. Сурункали панкреатитнинг патогенетик давосида «Тризим микрокапс»ни қўлланилиши.....	74